

# Control en cascada de un vehículo aéreo utilizando compensación dinámica robusta y adaptable

Claudio Rosales  
*Instituto de Automática (INAUT)*  
CONICET-UNSJ  
San Juan, Argentina  
crosales@inaut.unsj.edu.ar

Daniel Khede Dourado Villa  
*Departamento de Engenharia Elétrica*  
*Universidade Federal do Espírito Santo*  
Vitória, Brasil  
daniel.villa@ufes.br

Mário Sarcinelli-Filho  
*Departamento de Engenharia Elétrica*  
*Universidade Federal do Espírito Santo*  
Vitória, Brasil  
mario.sarcinelli@ufes.br

Kimon Valavanis  
*Department of Electrical & Computer Engineering*  
*University of Denver*  
Denver, Estados Unidos  
Kimon.Valavanis@du.edu

Ricardo Carelli  
*Instituto de Automática (INAUT)*  
CONICET-UNSJ  
San Juan, Argentina  
rcarelli@inaut.unsj.edu.ar

**Abstract**—Este artículo propone un novedoso controlador de modo deslizante adaptativo para rechazar perturbaciones relacionadas con el control de alto nivel de un vehículo aéreo no tripulado (UAV). El controlador propuesto está diseñado como una arquitectura de control de bucle interior-exterior, también conocida como controlador en cascada. Un controlador cinemático implementa el bucle exterior, cuya función es guiar al UAV en el seguimiento de una trayectoria determinada (también válido para alcanzar un punto estático deseado). En cuanto al bucle interior, está diseñado como un controlador de modo deslizante adaptativo de súper torsión, basado totalmente en las velocidades del cuerpo. La novedad de esta propuesta está justamente en el diseño de este circuito de control interno, en el que se considera el enfoque de súper torsión y a la superficie de deslizamiento se le agrega un término integral destinado a reducir el efecto de vibración asociado con el deslizamiento de primer orden más común superficie. También se demuestran resultados de simulaciones numéricas que permiten afirmar que el sistema de control propuesto es eficaz para guiar al UAV a seguir una trayectoria determinada.

**Index Terms**—Súper-Twisting, Control Adaptable, UAV

## I. INTRODUCCIÓN

La investigación sobre vehículos aéreos no tripulados (UAVs), comúnmente conocidos como drones, ha recibido una atención creciente en los últimos años debido a su gran cantidad de aplicaciones, tales como vigilancia, operaciones de búsqueda y rescate, y monitoreo agrícola y ambiental, entre varias otras. Sin embargo, controlar UAVs es particularmente desafiante debido a su dinámica no lineal, sensores internos ruidosos y la influencia de perturbaciones como el desgaste mecánico de las partes del vehículo o ráfagas repentinas de viento.

El control por modo deslizante (SMC, por sus siglas en inglés) es una herramienta simple y eficiente para contrarrestar las perturbaciones que actúan sobre los UAVs. En su

diseño convencional, el controlador de modo deslizante de primer orden (FOSMC, por sus siglas en inglés) teóricamente garantiza una compensación exacta de perturbaciones si la ganancia de su acción de control discontinua es mayor que los límites superiores de las perturbaciones. Sin embargo, esta propiedad se logra debido al control discontinuo, lo que produce oscilaciones de alta frecuencia, conocidas como el efecto de "chattering". Una variación del FOSMC clásico es el llamado controlador de modo deslizante de super-twisting (STSMC), diseñado para evitar el problema de chattering. La idea principal que explora es ocultar la acción de control discontinua detrás de un integrador, generando así una acción de control continua, asegurando teóricamente una compensación exacta de perturbaciones Lipschitz.

Para discutir estos temas, el documento se divide en varias secciones, comenzando con la Sección II, que presenta el diseño del controlador, incluyendo el controlador de cinemática inversa, el compensador dinámico y las pruebas de estabilidad correspondientes, lo que permite concluir que el error de seguimiento de trayectoria converge a cero. A continuación, la Sección III describe el la plataforma de simulación y los experimentos realizados para validar la estrategia de control propuesta y discuten los resultados obtenidos. Finalmente, la Sección IV destaca las conclusiones finales del trabajo.

## II. SISTEMA DE CONTROL

El sistema de control propuesto en este trabajo consta de dos lazos cerrados, formando lo que se conoce como un sistema de control en cascada o un sistema de control de bucle interno-externo. El lazo externo, el primero, es un controlador cinemático, seguido por un compensador dinámico en cascada. El controlador cinemático genera las referencias de velocidad necesarias para que el vehículo aéreo alcance los objetivos de seguimiento de trayectoria. Sin embargo, tradicionalmente los controladores cinemáticos asumen un

El autor Claudio Rosales agradece a la Comisión Fulbright Argentina por el soporte en la estadía de investigación en la University of Denver, EEUU

seguimiento de velocidad perfecto, descuidando las dinámicas del vehículo durante el desarrollo, lo que puede resultar en errores de posición significativos. Por lo tanto, se propone un compensador dinámico como el lazo interno para minimizar los errores de velocidad. El diagrama de bloques del sistema de lazo cerrado completo se muestra en la Figura 1. El enfoque de esta propuesta es la adopción de un controlador de modo deslizante adaptativo de super-twisting para la compensación dinámica. Esto incluye la integración de la superficie de deslizamiento del error para reducir el chattering, un problema común en los controladores de modo deslizante.

El controlador cinemático tiene como objetivo el seguimiento de una referencia variable en el tiempo. En otras palabras, dada una trayectoria de referencia  $\mathbf{x}_d(t) \in \mathbb{R}^4$  que sea suave, diferenciable y continua a lo largo de la trayectoria deseada, el objetivo es alcanzarla y garantizar que los errores de control tiendan a cero. Las referencias definen la posición en el espacio y el ángulo de guiñada ( $\mathbf{x}_d^w(t) = [x_d^w(t) \ y_d^w(t) \ z_d^w(t) \ \psi_d^w(t)]^T$ ). El modelo cinemático establece la relación entre las velocidades del UAV en el marco de referencia del cuerpo ( $\dot{\mathbf{x}}^b$ ) y el marco de referencia fijo ( $\dot{\mathbf{x}}^w$ ). En una condición cercana a la suspensión (consulte [2] para más detalles), lo que corresponde a ángulos de cabeceo y alabeo cercanos a cero [3], dicho modelo se da simplemente por

$$\dot{\mathbf{x}}^w = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \psi^b & -\sin \psi^b & 0 & 0 \\ -\sin \psi^b & \cos \psi^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}(\psi^b)} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}^b \\ \dot{y}^b \\ \dot{z}^b \\ \dot{\psi}^b \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}^b}, \quad (1)$$

donde  $\psi^b$  es el ángulo de guiñada actual del UAV. Para lograr el objetivo de control, se propone la ley de control cinemático

$$\dot{\mathbf{x}}_k^b = \mathbf{R}(\psi^b)^{-1} (\dot{\mathbf{x}}_d^w + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{x}}^w), \quad (2)$$

basada en cinemática inversa [1], para la tarea de seguimiento de la trayectoria de referencia. En esta ley de control,  $\mathbf{K}_k$ , un parámetro de ganancia de diseño, es una matriz diagonal definida positiva, mientras que  $\tilde{\mathbf{x}}^w = \mathbf{x}_d^w(t) - \mathbf{x}^w(t)$  y  $\dot{\mathbf{x}}_d^w$  es la velocidad de la trayectoria que se está siguiendo, obtenida derivando la trayectoria deseada  $\mathbf{x}_d^w(t)$ .

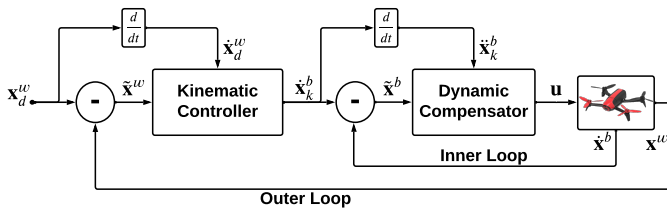


Fig. 1. Diagrama de bloques del sistema de control propuesto. El controlador cinemático está conectado en cascada con el compensador dinámico ya que genera las referencias de velocidad adoptadas por dicho compensador. Adaptado de [1]

### A. Análisis de estabilidad

En la siguiente sub-sección, se diseña un compensador dinámico novedoso, cuyo objetivo es mejorar el seguimiento de las velocidades de referencia calculadas por el controlador cinemático de (2). Dado que un seguimiento perfecto no es posible considerando únicamente dicho controlador cinemático, persiste un error de seguimiento de velocidad, que es

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^b = \dot{\mathbf{x}}_k^b - \dot{\mathbf{x}}^b, \quad (3)$$

donde  $\dot{\mathbf{x}}^b$  es el vector de velocidades actual del UAV y  $\dot{\mathbf{x}}_k^b$  es el vector de velocidades de referencia proporcionadas por el controlador cinemático. La ecuación de lazo cerrado se obtiene reemplazando (2) y (3) en (1), lo que resulta en

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^w = \dot{\mathbf{x}}_d^w + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{x}}^w - \mathbf{R}(\psi^b) \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^b, \quad (4a)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^w - \dot{\mathbf{x}}^w + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{x}}^w - \mathbf{R}(\psi^b) \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^b, \quad (4b)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^w + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{x}}^w = \boldsymbol{\rho}, \quad (5)$$

considerando  $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{R}(\psi^b) \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^b$ . Se utiliza la teoría de Lyapunov para analizar la estabilidad del sistema de lazo cerrado. Se propone la función candidata de Lyapunov  $P = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^{wT} \tilde{\mathbf{x}}^w > 0$ , cuya derivada temporal es

$$\dot{P} = \tilde{\mathbf{x}}^{wT} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^w. \quad (6)$$

Al introducir (5) en (6), se obtiene

$$\dot{P} = \tilde{\mathbf{x}}^{wT} \boldsymbol{\rho} - \tilde{\mathbf{x}}^{wT} \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{x}}^w, \quad (7)$$

de donde se puede verificar que una condición suficiente para que  $\dot{P}$  sea una función definida negativa es  $|\tilde{\mathbf{x}}^{wT} \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{x}}^w| > |\tilde{\mathbf{x}}^{wT} \boldsymbol{\rho}|$ . Dado que  $\mathbf{K}_k$  es simétrica, se puede aplicar la propiedad de la forma cuadrática a la ecuación anterior, lo que resulta en que

$$|\tilde{\mathbf{x}}^w| > \frac{|\boldsymbol{\rho}|}{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_k)}, \quad (8)$$

es la condición necesaria para garantizar que  $\dot{P}$  sea negativa, donde  $\lambda_{\min}(\mathbf{K}_k) > 0$  es el menor valor propio de la matriz  $\mathbf{K}_k$ . Tal ecuación representa la condición para garantizar la estabilidad práctica del sistema. A partir de ella se puede percibir que si  $|\tilde{\mathbf{x}}^w|$  aumenta, provoca que el valor de  $\dot{P}$  se vuelva más negativo, lo que hace que el error de control disminuya. Como resultado, el error de control  $\tilde{\mathbf{x}}^w$  está acotado, de modo que

$$|\tilde{\mathbf{x}}^w| \leq \frac{|\boldsymbol{\rho}|}{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_k)}. \quad (9)$$

Esta condición implica que los errores de control están acotados en última instancia, y por lo tanto, el sistema no es asintóticamente estable. Además, los errores de control están acotados a valores que son función de los errores de velocidad. Por lo tanto, si  $\boldsymbol{\rho} \rightarrow 0$ , dichos límites convergerán asintóticamente a cero, mostrando así que  $\tilde{\mathbf{x}}^w(t) \rightarrow 0$ , lo que permite concluir que la compensación dinámica, mediante la

reducción del error de seguimiento de velocidad  $\rho$ , contribuye efectivamente a lograr el objetivo de control de reducir el error de posición  $\tilde{\mathbf{x}}^w$ .

### B. Compensación Dinámica

A continuación presentamos un compensador dinámico novedoso diseñado para mejorar el rendimiento de seguimiento de velocidades de referencia calculadas por el controlador cinemático según se define en la ecuación (2). Es crucial reconocer que la suposición de un seguimiento de velocidad perfecto es ficticia en escenarios prácticos. Los sistemas físicos del mundo real poseen inherentemente inercia, lo que hace que la consecución instantánea de una referencia de velocidad sea inalcanzable. Además, el análisis de estabilidad realizado en la subsección anterior revela que los errores de control están directamente influenciados por discrepancias de velocidad. En consecuencia, minimizar los errores de velocidad se vuelve imperativo para garantizar un seguimiento de trayectoria más preciso. Dentro de esta subsección, proponemos un compensador dinámico diseñado para lograr la convergencia de los errores de seguimiento de velocidad hacia cero.

La dinámica del vehículo aéreo, siempre considerando la condición de vuelo estacionario cercano, se expresa mediante el modelo

$$\ddot{\mathbf{x}}^b = \kappa_u \mathbf{u} - \kappa_v \dot{\mathbf{x}}^b - \delta(t), \quad (10)$$

inicialmente propuesto en [4] y también discutido en [3], [5], que representa la relación entre los comandos normalizados enviados a un dron comercial y sus aceleraciones. El vector  $u_i \in [-1, +1]$   $i = 1, \dots, 4$  representa los comandos normalizados enviados al vehículo, que son la velocidad lineal a lo largo y la velocidad angular alrededor del eje  $z^b$ , y dos ángulos de referencia (cabecceo y alabeo). Además, el segundo término contempla todos los efectos aerodinámicos que afectan al vehículo, que están relacionados con su velocidad. Finalmente, las perturbaciones externas y los errores de modelado están representados por el término  $\delta(t)$ . Por hipótesis, se considera que las derivadas de esta perturbación están limitadas,  $\|\dot{\delta}(t)\| \leq \delta_0$ . En cuanto a las matrices  $\kappa_u$  y  $\kappa_v$ , son las matrices diagonales

$$\kappa_u = \begin{bmatrix} \kappa_{u1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{u3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{u5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_{u7} \end{bmatrix} \quad (11a)$$

y

$$\kappa_v = \begin{bmatrix} \kappa_{v2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{v4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{v6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_{v8} \end{bmatrix}, \quad (11b)$$

cuyas entradas fueron identificadas, obteniendo así las estimaciones  $\hat{\kappa}_{u_i}$ ,  $i = 1, 3, 5, 7$ , y  $\hat{\kappa}_{v_j}$ ,  $j = 2, 4, 6, 8$ .

Los comandos proporcionados por el controlador cinemático son las referencias de velocidad  $\dot{\mathbf{x}}_k^b$ , mientras que las velocidades reales desarrolladas por el UAV se expresan como  $\dot{\mathbf{x}}_k^b$ . Para trabajar en el error  $\tilde{\mathbf{x}}^b = \dot{\mathbf{x}}_k^b - \dot{\mathbf{x}}^b$  al mismo

tiempo que se rechaza la perturbación  $\delta(t)$ , se propone la superficie de deslizamiento

$$\mathbf{s} = \dot{\mathbf{x}}^b + \lambda \int \dot{\mathbf{x}}^b dt \quad (12)$$

donde  $\lambda$  es una matriz diagonal de ganancia definida positiva. Derivando tal expresión, se obtiene que

$$\dot{\mathbf{s}} = \ddot{\mathbf{x}}^b + \lambda \dot{\mathbf{x}}^b = (\ddot{\mathbf{x}}_k^b - \ddot{\mathbf{x}}^b) + \lambda(\dot{\mathbf{x}}_k^b - \dot{\mathbf{x}}^b). \quad (13)$$

La ley de control equivalente en modo deslizante se puede encontrar resolviendo  $\dot{\mathbf{s}} = 0$ . Por lo tanto, introduciendo (10) en la ecuación anterior resulta en

$$\dot{\mathbf{s}} = \ddot{\mathbf{x}}_k^b - (\kappa_u \mathbf{u} - \kappa_v \dot{\mathbf{x}}^b - \delta(t)) + \lambda \dot{\mathbf{x}}^b = 0. \quad (14)$$

La ley de control tipo super-twisting

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \hat{\kappa}_u^{-1} (\ddot{\mathbf{x}}_k^b + \hat{\kappa}_v \dot{\mathbf{x}}^b + \lambda \dot{\mathbf{x}}^b) + \mathbf{w} = \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{w} \\ \mathbf{w} &= \mathbf{K}_1 \sqrt{\|\mathbf{s}\|} \text{sign}(\mathbf{s}) + \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(\mathbf{s}) dt \end{aligned} \quad (15)$$

Se propone entonces, para lograr el objetivo de control previamente presentado. En dicha ecuación,  $\mathbf{K}_1$  y  $\mathbf{K}_2$  representan matrices de ganancia diagonal positiva definida, mientras que el término  $\phi \hat{\boldsymbol{\theta}}$  parametriza una parte de la ley de control, con

$$\phi = [(\ddot{\mathbf{x}}_d^w + \lambda \dot{\mathbf{x}}^b)^T \quad \dot{\mathbf{x}}^b]^T \quad (16a)$$

y,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^T = \left[ \frac{1}{\hat{\kappa}_{u1}} \quad \frac{1}{\hat{\kappa}_{u3}} \quad \frac{1}{\hat{\kappa}_{u5}} \quad \frac{1}{\hat{\kappa}_{u7}} \quad \frac{\hat{\kappa}_{v2}}{\hat{\kappa}_{u1}} \quad \frac{\hat{\kappa}_{v4}}{\hat{\kappa}_{u3}} \quad \frac{\hat{\kappa}_{v6}}{\hat{\kappa}_{u5}} \quad \frac{\hat{\kappa}_{v8}}{\hat{\kappa}_{u7}} \right]. \quad (16b)$$

donde

$$\hat{\kappa}_u^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{\kappa}_{u1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{\kappa}_{u3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\hat{\kappa}_{u5}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\hat{\kappa}_{u7}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

y

$$\hat{\kappa}_u^{-1} \hat{\kappa}_v = \begin{bmatrix} \frac{\hat{\kappa}_{v2}}{\hat{\kappa}_{u1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\hat{\kappa}_{v4}}{\hat{\kappa}_{u3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\hat{\kappa}_{v6}}{\hat{\kappa}_{u5}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\hat{\kappa}_{v8}}{\hat{\kappa}_{u7}} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Consecuentemente, sustituyendo (15) en (14) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} &= -\kappa_u \left( \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K}_1 \sqrt{\|\mathbf{s}\|} \text{sign}(\mathbf{s}) + \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(\mathbf{s}) dt \right) \\ &\quad + \kappa_v \dot{\mathbf{x}}^b + \delta(t) + \ddot{\mathbf{x}}_k^b + \lambda \dot{\mathbf{x}}^b. \end{aligned} \quad (19)$$

Ahora, consideremos  $\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}}_k^b + \lambda \dot{\mathbf{x}}^b$  para mejorar el desarrollo matemático. Sustituyendo esto y manipulando la ecuación anterior se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} &= -\kappa_u \left( \phi \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{K}_1 \sqrt{\|\mathbf{s}\|} \text{sign}(\mathbf{s}) + \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(\mathbf{s}) dt \right) \\ &\quad + \kappa_v \dot{\mathbf{x}}^b + \delta(t) + \ddot{\mathbf{x}}_k^b + \lambda \dot{\mathbf{x}}^b. \end{aligned} \quad (20)$$

Ahora, considerando  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ , se obtiene que

$$\dot{s} = \kappa_u \phi \tilde{\theta} - \kappa_u \left( \mathbf{K}_1 \sqrt{\|s\|} \text{sign}(s) + \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(s) dt \right) + \delta(t) \quad (21)$$

Para llevar a cabo el análisis de estabilidad, se utiliza nuevamente la teoría de Lyapunov, ahora considerando la función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} s^T \kappa_u^{-1} s + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \gamma^{-1} \tilde{\theta},$$

donde  $\gamma$  es una matriz diagonal positiva definida con entradas pequeñas. La derivada temporal de dicha función es

$$\dot{V} = s^T \kappa_u^{-1} \dot{s} + \tilde{\theta}^T \gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}. \quad (22)$$

Sustituyendo (21) en la ecuación anterior se obtiene

$$\dot{V} = s^T \kappa_u^{-1} \{ \kappa_u \phi \tilde{\theta} - \kappa_u [\mathbf{K}_1 \sqrt{\|s\|} \text{sign}(s) + \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(s) dt] + \delta(t) \} + \tilde{\theta}^T \gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}, \quad (23a)$$

o

$$\dot{V} = s^T \phi \tilde{\theta} - s^T [\mathbf{K}_1 \sqrt{\|s\|} \text{sign}(s) + \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(s) dt - \kappa_u^{-1} \delta(t)] + \tilde{\theta}^T \gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}. \quad (23b)$$

De la propiedad de transposición de matriz,

$$s^T \phi \tilde{\theta} = (s^T \phi \tilde{\theta})^T = \tilde{\theta}^T \phi^T s. \quad (24)$$

Al presentar esta propiedad se obtiene

$$\dot{V} = \tilde{\theta}^T \phi^T s + \tilde{\theta}^T \gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} - s^T [\mathbf{K}_1 \sqrt{\|s\|} \text{sign}(s) + \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(s) dt - \kappa_u^{-1} \delta(t)], \quad (25a)$$

o

$$\dot{V} = \tilde{\theta}^T (\phi^T s + \gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) - s^T [\mathbf{K}_1 \sqrt{\|s\|} \text{sign}(s) + \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(s) dt - \kappa_u^{-1} \delta(t)]. \quad (25b)$$

Respecto a la ley de actualización de parámetros del sistema, se adopta

$$\dot{\tilde{\theta}} = \gamma \phi^T s. \quad (26)$$

Sin embargo, como  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ , se obtiene que  $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\hat{\theta}}$ , con  $\dot{\hat{\theta}} = \mathbf{0}$ , ya que  $\hat{\theta}$  corresponde a los valores exactos de los parámetros, por lo que son valores constantes. Esto resulta en

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}} = -\gamma \phi^T s, \quad (27)$$

cuya introducción en (25b) da como resultado

$$\dot{V} = -s^T \mathbf{K}_1 \sqrt{\|s\|} \text{sign}(s) - s^T \left\{ \int [\mathbf{K}_2 \text{sign}(s) - \kappa_u^{-1} \dot{\delta}(t)] dt \right\}. \quad (28)$$

En función de las normas

$$\dot{V} \leq -\|\mathbf{K}_1\| \|s\| \sqrt{\|s\|} - \|s\| \left\| \int \mathbf{K}_2 \text{sign}(s) dt \right\| + \|s\| \left\| \int \kappa_u^{-1} \dot{\delta}(t) dt \right\|, \quad (29)$$

o

$$\dot{V} \leq -\|\mathbf{K}_1\| \|s\| \sqrt{\|s\|} - \|s\| \int \|\mathbf{K}_2\| dt + \|s\| \int \|\kappa_u^{-1} \dot{\delta}(t)\| dt \quad (30)$$

La estabilidad está asegurada tomando  $\|\mathbf{K}_2\| \geq \|\kappa_u^{-1} \dot{\delta}(t)\|$ . Por hipótesis, se asumió que  $\dot{\delta}(t)$  está acotado. A su vez,  $\kappa_u^{-1}$  también está acotado. De esta manera es perfectamente posible seleccionar una matriz  $\mathbf{K}_2$  adecuada. Como consecuencia de tal elección de  $\mathbf{K}_2$  se obtiene

$$\dot{V} \leq -\|\mathbf{K}_1\| \|s\| \sqrt{\|s\|} \leq 0, \quad (31)$$

y, por lo tanto, el controlador en (15) es asintóticamente estable, lo que significa que el error de seguimiento de velocidad tiende a cero cuando  $t \rightarrow \infty$ . Ahora, volviendo al controlador cinemático, el límite del error de seguimiento en (9) va a cero porque  $\rho \rightarrow 0$ , y por lo tanto el error de control resulta ser asintóticamente convergente a cero. Por lo tanto, el controlador completo se muestra en la Figura 2, donde también se muestran las variables involucradas.

### III. SIMULACIONES

A continuación se presentan simulaciones numéricas que validan la propuesta de control presentada en este artículo. Las mismas se han desarrollado en MatLab y el modelo dinámico utilizado para describir el comportamiento del vehículo aéreo fue tomado de [6], en donde se considera la parte física del modelo y de los actuadores. Se describen los parámetros dinámicos y aerodinámicos. Este modelo fue implementado en un código de C++. Este modelo se comunica con MatLab a través de una aplicación bidireccional de memoria compartida donde se envían comandos y se recibe la telemetría del vehículo. El modelo recibe como comandos velocidades de referencia para cada uno de los grados de libertad y si bien se hicieron la identificación de los parámetros del modelo 10 el algoritmo de control se iniciaron con valores arbitrarios  $\kappa_u = \text{diag}(0, 5, 0.5, 0.5, 0.5)$  y  $\kappa_v = \text{diag}(0, 5, 0.5, 0.5, 0.5)$  de forma de poder evaluar el comportamiento del controlador frente a errores paramétricos considerables. El objetivo fue el seguimiento de una trayectoria circular con una variación de altura sinusoidal,  $\mathbf{x}_d^w(t) = [r \sin(\frac{2\pi}{5}), r \cos(\frac{2\pi}{5}), 1 + 0.3 \sin(\frac{2\pi}{5}), \arctan(\frac{\dot{x}}{\dot{y}})]^T [m]$ . La figura 3 muestra la gráfica de los errores de control de todo el sistema de control de lazo cerrado. Claramente se comprueba como a medida que la simulación evoluciona los errores disminuyen. Esto es consecuencia del algoritmo adaptable que ajusta el valor de los parámetros del controlador para mejorar su desempeño como se observa en la figura 4 desde los valores iniciales a valores que permiten reducir los errores de seguimiento de velocidad, y de manera solidaria disminuir los errores de control. Además, en la figura 5 muestra los errores de seguimiento de velocidad entre los comandos cinemáticos y la velocidad real del vehículo. De igual manera se observa como los valores mejoran conforme la simulación avanza y se

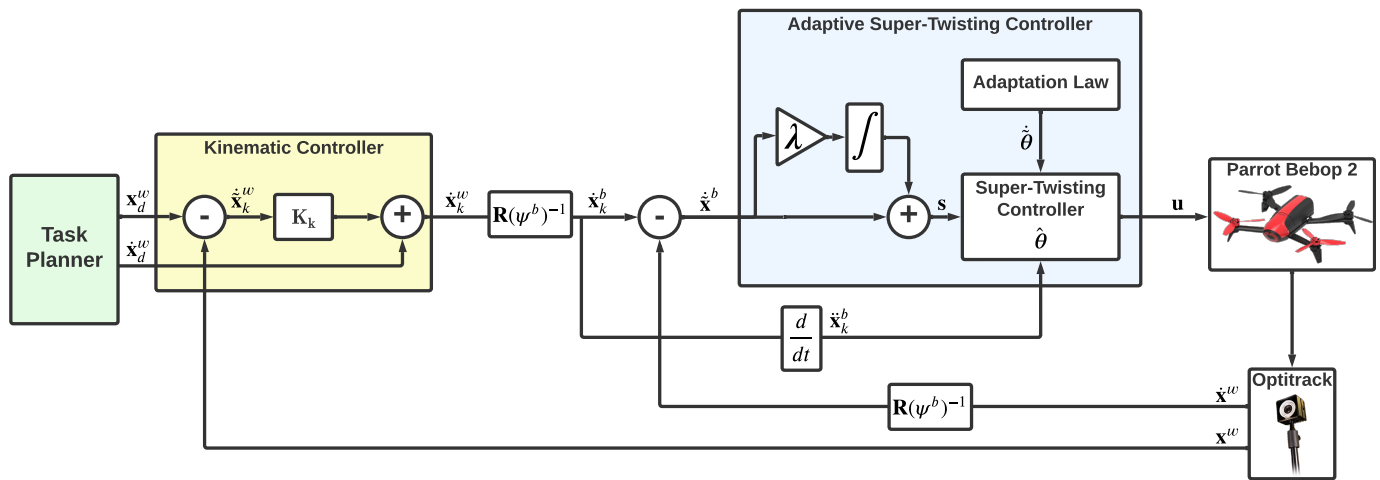


Fig. 2. Diagrama de bloques detallado del controlador en cascada y el controlador adaptativo Super-Twisting.

valida el compensador dinámico presentado en este trabajo. Finalmente, la figura 6 muestra la evolución de los cuatro grados de libertad y la trayectoria de referencia. En base a lo expuesto en las gráficas se valida que el algoritmo de control en cascadas es exitoso en su objetivo de controlar un vehículo aéreo en tareas de seguimiento de trayectoria.

#### IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un esquema novedoso de control de trayectoria de un vehículo aéreo del tipo multirrotor. La estructura utilizada es un controlador en cascada. La primera etapa consta de un controlador cinemático que genera comandos de velocidades de referencia, y posteriormente, un compensador dinámico garantiza el seguimiento de velocidad de estos comandos. La demostración de estabilidad desarrollada

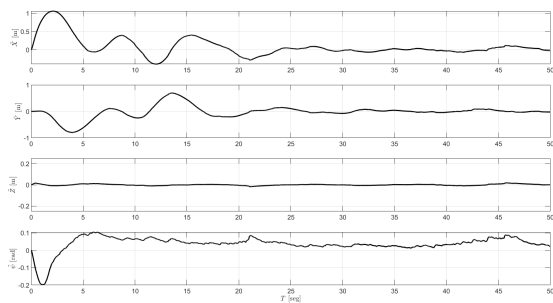


Fig. 3. Errores cinemáticos de cada uno de los cuatro grados de libertad.

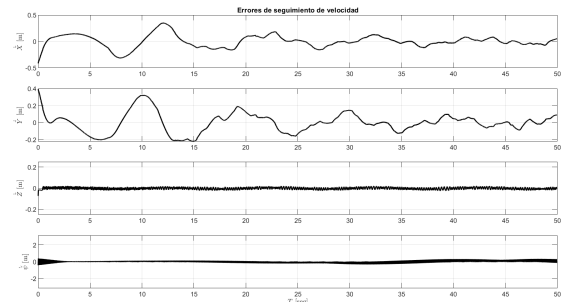


Fig. 5. Error de seguimiento de velocidad entre la referencia del controlador cinemático y la velocidad real del vehículo.

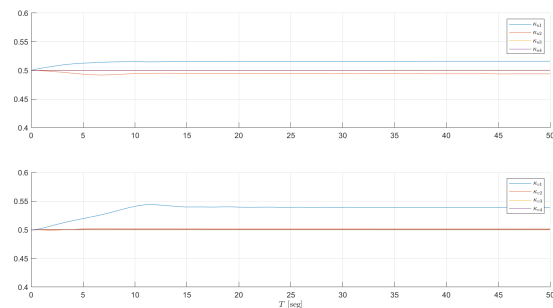


Fig. 4. Evolución de los parámetros del controlador. Se observa como los mismos convergen.

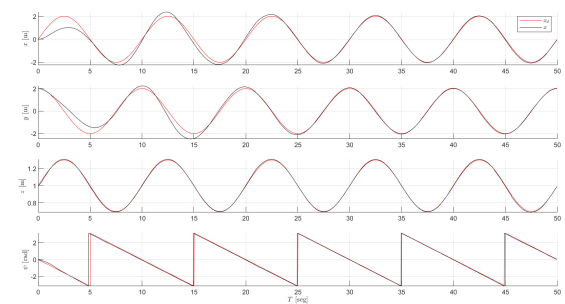


Fig. 6. Valores de la referencia y la posición real del vehículo.

valida que los errores de control son asintóticamente estable con el compensador dinámico desarrollado. Finalmente, simulaciones numéricas validaron la propuesta desarrollada

#### REFERENCES

- [1] M. Sarcinelli-Filho and R. Carelli, "Motion control," in *Control of Ground and Aerial Robots, chapter 4*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2023, pp. 41–98.
- [2] —, "Kinematic models," in *Control of Ground and Aerial Robots, chapter 2*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2023, pp. 5–22.
- [3] L. V. Santana, A. S. Brandão, and M. Sarcinelli-Filho, "Navigation and cooperative control using the AR.Drone quadrotor," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, pp. 1–24, 2016.
- [4] L. V. Santana, A. S. Brandao, M. Sarcinelli-Filho, and R. Carelli, "A trajectory tracking and 3D positioning controller for the AR.Drone quadrotor," in *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, Orlando, FL, USA, June 2014, pp. 756–767.
- [5] M. Sarcinelli-Filho and R. Carelli, "Dynamic models," in *Control of Ground and Aerial Robots, chapter 3*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2023, pp. 23–39.
- [6] C. Powers, D. Mellinger, and V. Kumar, "Quadrotor kinematics and dynamics," *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*, pp. 307–328, 2015.